



Algèbre Linéaire
Devoir Maison - Fiche 4
Licence 2 Informatique (2022-2023)

Guillaume Metzler
Institut de Communication (ICOM)
Université de Lyon, Université Lumière Lyon 2
Laboratoire ERIC UR 3083, Lyon, France
guillaume.metzler@univ-lyon2.fr

Travail à rendre pour le 02 mars 2023

Résumé

Cette fiche se décompose en deux parties. La première partie est composée de questions de cours dont les justifications sont en générales très courtes et dont toutes les réponses figurent dans le cours (moyennant une petite réflexion par moment). Les questions ne sont pas difficiles et sont un bon moyen pour vous de travailler le cours et de vérifier que les notions sont comprises. La deuxième partie est composée de trois exercices d'applications pour vérifier que les exercices effectués en TD sont maîtrisés. A nouveau, ces derniers sont très proches de ceux effectués en TD et seront un excellent moyen pour vous de vérifier que vous savez refaire ce qui a été fait en TD.

1 Question de cours

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez.

1. Tout endomorphisme est diagonalisable.
2. Tout automorphisme d'espace vectoriel est diagonalisable.
3. Un endomorphisme d'espace vectoriel injectif admet nécessairement 0 comme valeur propre.
4. Un automorphisme d'espace vectoriel n'admet que des valeurs propres non nulles.
5. Les racines du polynôme caractéristique sont exactement les valeurs propres de l'endomorphisme étudié.
6. Toutes les matrices triangulaires (inférieures ou supérieures) ne sont pas diagonalisables.

2 Exercices

Exercice 2.1. *On s'attaque maintenant à la résolution de systèmes linéaires*

1. *On considère le système suivant*

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 3x + 7y = -1 \end{cases}$$

- (a) *Le système est-il un système de Cramer ?*
- (b) *Résoudre le système S à l'aide des formules de Cramer puis en utilisant la méthode du Pivot*

2. *On considère le système suivant*

$$\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 3u = 2 \\ z + u = -5 \\ 4u = -8 \\ 7y - 3z + 2u = -1 \end{cases}$$

- (a) *Le système est-il un système de Cramer ?*
- (b) *Résoudre le système S par la méthode de votre choix.*

3. On considère le système suivant

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 3 \\ 3x - 2z = -7 \\ -x + y + z = 6 \end{cases}$$

(a) Le système est-il un système de Cramer ?

(b) Résoudre le système S par la méthode de votre choix.

Exercice 2.2. Déterminer le polynôme caractéristique des matrices suivantes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 & -\alpha_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2.3. Les matrices suivantes sont-elles diagonalisables. Si oui, déterminez leurs vecteurs propres.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ 4 & 6 & -9 \\ 3 & 6 & -8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$