



**Analyse I**  
**Examen - 2ème Partie - Sujet B**  
**Licence 1 Informatique (2024-2025)**

**Guillaume Metzler**  
**Institut de Communication (ICOM)**  
**Université de Lyon, Université Lumière Lyon 2**  
**Laboratoire ERIC UR 3083, Lyon, France**  
[guillaume.metzler@univ-lyon2.fr](mailto:guillaume.metzler@univ-lyon2.fr)

**Durée : 40 minutes**

**L'usage des notes de cours, des notes personnelles ou encore de tout matériel électronique est interdit pendant toute la durée de cet examen**

**Vous pourrez répondre directement sur le sujet à ces différentes questions.**

**Ce travail permettra d'obtenir une première note sur 10 qui sera combiné à un autre travail afin de vous permettre d'avoir une note sur 20.**

**Nom :**

**Prénom :**

## Exercice : Étude de la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par :

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$ .
2. La fonction est-elle paire, impaire ou aucune des deux ? Justifier.
3. Montrer que la fonction  $f$  est continue sur son domaine de définition.
4. Sur quel ensemble la fonction  $f$  est-elle dérivable ? Déterminer sa dérivée  $f'$ .

5. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $\mathbb{R}$  et en déduire les variations de la fonction  $f$ .

6. Étudier les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son intervalle de définition.

7. Quelles sont les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son intervalle de définition.

8. Étudier la limite de  $\frac{f(x)}{x^2}$  lorsque  $x \rightarrow 0$ .

9. Calculer la dérivée seconde  $f''(x)$ .

10. Étudier le signe de  $f''(x)$  et en déduire les intervalles de convexité/concavité.

11. Déterminer les points d'inflexion, s'il y en a. Il s'agit d'un point où la dérivée seconde s'annule et change de signe.

12. Représenter graphiquement la fonction  $f$  en fonction des informations précédentes.

